

<p>VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE</p> <p>VERBAND DER ELEKTROTECHNIK ELEKTRONIK INFORMATIONSTECHNIK</p> <p>DEUTSCHE GESELLSCHAFT FÜR QUALITÄT</p> <p>DEUTSCHER KALIBRIERDIENST</p>	<p>Kalibrieren von Meßmitteln für elektrische Größen</p> <p>Methoden zur Ermittlung der Meßunsicherheit</p>	<p>VDI/VDE/DGQ/ DKD 2622</p> <p>Blatt 2 Entwurf</p>
--	---	---

Calibration of measurement equipments
for electrical quantities
Methods for the evaluation
of measurement uncertainties

*Einsprüche bis 30.04.2000 an
VDI/VDE-Gesellschaft Mess- und Automatisierungstechnik
Postfach 10 11 39
40002 Düsseldorf*

Inhalt	Seite
Vorbemerkung	2
1 Zweck und Geltungsbereich	2
2 Mathematische Grundlagen	2
2.1 Wiederholt gemessene Größen (Ermittlungsmethode A)	2
2.2 Einzelwerte und Einflußgrößen (Ermittlungsmethode B)	3
2.3 Ermittlung der Meßunsicherheit des Meßergebnisses	3
3 Modellbildung und Unsicherheitsanalyse	3
3.1 Direkte Messung	4
3.2 Differenzmessung oder Nullverfahren	5
3.3 Substitutionsverfahren	5
3.4 Modellfunktion als Summe oder Differenz der Eingangsgrößen	6
3.5 Modellfunktion als Produkt oder Quotient der Eingangsgrößen	6
4 Voraussetzungen für verlässliche Messungen	6
4.1 Meßgeräte	6
4.2 Umgebungsbedingungen	7
4.3 Schaltungsaufbau	7
4.4 Beobachter	8
Schrifttum	8
Anhang A Kennlinien zur Bestimmung des Verhältnisses aus Meßwert und Bezugswert	9

VDI/VDE-Gesellschaft Mess- und Automatisierungstechnik
Fachausschuß Meßmittel für elektrische Größen

VDI/VDE-Handbuch Meßtechnik I
VDI/VDE-Handbuch Meßtechnik II
VDI/VDE-Handbuch Mikro- und Feinwerktechnik

Vorbemerkung

Die Richtlinie VDI/VDE/DGQ/DKD 2622 gibt Anweisungen für die Vorgehensweise bei der Kalibrierung von häufig eingesetzten Meßmitteln für elektrische Größen (Blatt 3 ff.). Außerdem behandelt sie in Blatt 1 die Grundlagen, die allen Blättern dieser Richtlinie gemeinsam sind. Im vorliegenden Blatt 2 werden vereinfachte Methoden zur Ermittlung der Meßunsicherheit bei der Kalibrierung von Meßmitteln für elektrische Größen beschrieben.

Die Einordnung dieses Dokuments in die Hierarchie des Meßwesens zeigt Bild 1. Dabei stehen der vertikalen Gliederung im Meßwesen mit der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) als nationalem metrologischem Institut an der Spitze sowie den nachgeordneten akkreditierten Kalibrierlaboratorien des Deutschen Kalibrierdienstes (DKD) bei den Dokumenten zur Ermittlung der Meßunsicherheit der ISO-Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM) [1] und das Dokument EA-4/02 Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration [2] (vormals EAL-R2) gegenüber. Die entsprechenden deutschen Übersetzungen sind DIN EN 13005 „Leitfaden zur Angabe der Meßunsicherheit beim Messen“ [3] und die Schrift DKD-3 Angabe der Meßunsicherheit bei Kalibrierungen [4].

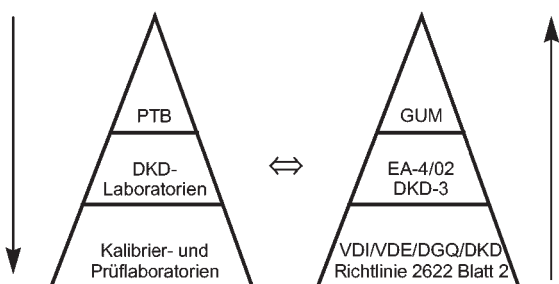


Bild 1. Hierarchie der Dokumente zur Ermittlung der Meßunsicherheit im Vergleich zur Hierarchie des Meß- und Prüfwesens in Deutschland

1 Zweck und Geltungsbereich

Das vorliegende Blatt 2 bezieht sich auf die Meßunsicherheitsberechnung beim Kalibrieren eines Meßmittels. Die hier beschriebenen Verfahren sind für die Praxis vereinfacht dargestellt. Sie sind jedoch konform mit den im Schrifttum zitierten Veröffentlichungen.

2 Mathematische Grundlagen

Bei Kalibrierungen hat man es gewöhnlich mit nur einem Ergebniswert (Meßergebnis) y zu tun, der über die Beziehung

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (1)$$

mit den Eingangswerten x_i zusammenhängt. Die Modellfunktion der Auswertung f ist aus dem Meß-

verfahren abgeleitet, beschreibt gleichzeitig aber auch das Verfahren der Auswertung. Den funktionalen Zusammenhang zeigt das Bild 2.

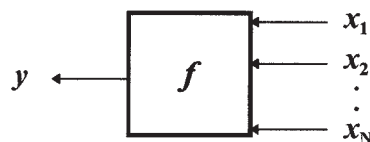


Bild 2. Funktionaler Zusammenhang zwischen den Eingangswerten x_i und dem Ergebniswert (Meßergebnis) y

Die Modellfunktion ist der zentrale Punkt der Meßunsicherheitsanalyse. Angaben zu ihrer Ermittlung sowie Beispiele für häufig wiederkehrende Meßaufgaben sind in Abschnitt 3 zu finden. Die den Eingangswerten bei der Auswertung beizuordnenden Standardmeßunsicherheiten werden nach der Ermittlungsmethode A oder der Ermittlungsmethode B bestimmt. Beide Ermittlungsmethoden sind gleichwertig und unabhängig voneinander. Welche der beiden Methoden zu verwenden ist, hängt von der Kenntnis über die möglichen Werte der jeweiligen Eingangsgröße ab.

2.1 Wiederholt gemessene Größen (Ermittlungsmethode A)

Die Methode A wird angewendet, wenn für eine der Eingangsgrößen – hier mit q bezeichnet – unter einheitlichen Meßbedingungen n unabhängige Beobachtungen vorgenommen werden, die unterschiedliche Werte q_j liefern. In diesem Fall wird der zu verwendende Eingangswert und die ihm beizuordnende Standardmeßunsicherheit durch eine statistische Auswertung der Beobachtungen gewonnen. Bester Schätzwert für die wiederholt gemessene Eingangsgröße ist der arithmetische Mittelwert

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j \quad (2)$$

Die beizuordnende Standardmeßunsicherheit ist die empirische Standardabweichung des Mittelwertes

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) = \frac{s(q)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2} \quad (3)$$

Ist die Anzahl der Einzelmessungen n kleiner als 10 (Freiheitsgrad $\nu = n - 1$), wird der nach Gleichung (3) bestimmte Wert $u(\bar{q})$ der Standardmeßunsicherheit im allgemeinen zu einer statistisch bedingten Fehlschätzung führen. In diesem Fall wird ein effektiver Freiheitsgrad für die Meßgröße y ermittelt und daraus der Erweiterungsfaktor k für die gewünschte Überdeckungswahrscheinlichkeit berechnet [2; 4]. In Fällen, in denen eine Messung nach einem wohl definierten Meßverfahren durchgeführt wird, kann auch bei einer begrenzten Anzahl von Beobachtungen auf

die Ermittlung des effektiven Freiheitsgrades verzichtet werden, wenn von der kombinierten Standardmeßunsicherheit Gebrauch gemacht wird. Nähere Angaben hierzu finden sich in [2; 4].

2.2 Einzelwerte und Einflußgrößen (Ermittlungsmethode B)

Die Methode B wird eingesetzt, wenn für Eingangsgrößen nur ein einzelner Wert zur Verfügung steht, etwa aus einer früher durchgeführten Messung oder aus Herstellerangaben, ein Referenzwert aus Tabellen oder ein aus Kalibrierscheinen entnommener Wert oder eine einzelne Beobachtung einer Eingangsgröße. Letzteres ist im allgemeinen dann der Fall, wenn Werte für die Umgebungsbedingungen (Temperatur, Luftdruck, Feuchte) bestimmt werden. Die den Eingangswerten beigeordnete Standardmeßunsicherheit ist entweder zusammen mit dem Eingangswert der Literatur oder dem Kalibrierschein zu entnehmen oder muß auf der Grundlage der vorhandenen Kenntnisse über die Eingangsgröße bestimmt werden. Häufig lassen sich für den Wert einer Größe nur Ober- und Untergrenze a_+ und a_- angeben, wobei alle Werte zwischen diesen beiden Grenzen als gleich wahrscheinlich angesehen werden können. In diesem Fall beschreibt eine rechteckförmige Wahrscheinlichkeitsdichte die Verhältnisse am besten. Mit $a_+ - a_- = 2a$ erhält man:

$$x_i = \frac{1}{2} \cdot (a_+ + a_-) \text{ und } u(x_i) = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

Gibt es gute Gründe, wonach die Werte einer Größe mit größerer Wahrscheinlichkeit in der Mitte des Bereiches liegen, so kann eine dreieckförmige Verteilung ($x_i = (a_+ + a_-)/2$, $u(x_i) = a/\sqrt{6}$) die Situation besser beschreiben. Andererseits wird man eine U-förmige Verteilung ($x_i = (a_+ + a_-)/2$, $u(x_i) = a/\sqrt{2}$) wählen, wenn man annehmen muß, daß die Werte eher am Rande des Bereiches liegen. Eine U-förmige Verteilung tritt bei periodischen Vorgängen auf, z.B. bei geregelten Größen, phasenabhängigen Größen oder ähnlichen.

2.3 Ermittlung der Meßunsicherheit des Meßergebnisses

Wie in Gl. (1) angegeben, wird das Meßergebnis y im allgemeinen aus mehreren Eingangswerten x_i ermittelt, für die die beigeordneten Standardmeßunsicherheiten $u(x_i)$ gemäß den Abschnitten 2.1 oder 2.2 ermittelt wurden. Für unkorrelierte Eingangsgrößen berechnet sich die dem Ergebniswert (Meßergebnis) y beizuordnende Standardmeßunsicherheit zu

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)} \quad (5)$$

Dabei ist der Sensitivitätskoeffizient $c_i = (\partial f / \partial x_i)$ die partielle Ableitung der Funktion f nach der Eingangsgröße x_i . Die dem Meßergebnis beizuordnende Standardmeßunsicherheit ergibt sich somit als Wurzel aus der Summe der Quadrate der den Eingangswerten beigeordneten Standardmeßunsicherheiten, jeweils multipliziert mit dem Quadrat der partiellen Ableitung der Modellfunktion nach der entsprechenden Eingangsgröße.

Korrelationen zwischen den Eingangsgrößen treten im Bereich elektrischer Messungen selten auf, und wenn, dann meistens mit dem Korrelationskoeffizienten $r = \pm 1$. In diesem Fall berechnet sich die Standardmeßunsicherheit als Betrag der Summe der Einzel-Meßunsicherheiten, multipliziert mit dem Sensitivitätskoeffizienten

$$u(y) = \left| \sum_{i=1}^N c_i \cdot u(x_i) \right| \quad (6)$$

Beispiele für Korrelation sind die mehrfache Verwendung eines Teilers beim Aufbau einer Skale oder der Widerstandsvergleich in einer Brückenschaltung, deren einer Arm von einem Teiler mit variablem Übersetzungsverhältnis gebildet wird.

Die Standardmeßunsicherheit $u(y)$ ist ein Maß für die Güte des Meßergebnisses y . Für technische Anwendungen, insbesondere bei Kalibrierungen oder Konformitätsaussagen, wird der Bereich der Werte benötigt, die mit hoher Wahrscheinlichkeit als mögliche Meßergebnisse in Betracht gezogen werden können. Hierfür wird die erweiterte Meßunsicherheit U verwendet, die durch Multiplikation von $u(y)$ mit einem Erweiterungsfaktor k erhalten wird:

$$U = k \cdot u(y) \quad (7)$$

Für Kalibrierzwecke wurde der Wert des Erweiterungsfaktors so festgelegt, daß 95 % der möglichen Meßergebnisse von dem Wertintervall $y \pm U$ überdeckt werden. Im Falle mehrerer gleichgewichtiger Eingangswerte ist dann $k = 2$. Dies ist der am häufigsten auftretende Fall. In Sonderfällen, in denen nur ein einzelner Eingangswert auftritt oder ein einzelner Eingangswert dominiert, können aber auch Abweichungen auftreten. Nähere Angaben hierzu sind in den Beispielsammlungen zu DKD-3 zu finden [5].

3 Modellbildung und Unsicherheitsanalyse

Im Bereich elektrischer Messungen werden einige Meßmethoden besonders oft verwendet, die direkte Messung, der Vergleich zweier Größen mit Hilfe eines Null- oder Differenzverfahrens und die Messung durch Substitution. Für diese Methoden wird nachfolgend die Modellbildung durchgeführt und die